

ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2015-2016  
Физика, II тур

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

7 класс

1. (30 баллов) Средняя скорость автомобиля на второй половине пути в 1,5 раза больше средней скорости на первой половине. Во сколько раз средняя скорость автомобиля на всем пути превышает среднюю скорость на первой половине пути.

**Ответ:** В 1,2 раза.

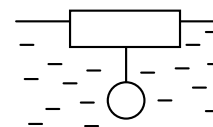
**Решение:** Обозначив полный путь через  $S$  и среднюю скорость на первой половине пути через  $V_1$ , находим среднюю скорость на всем пути:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{S/(2V_1) + S/(3V_1)} = 1,2V_1.$$

2. (30 баллов) Переднеприводный автомобиль, у которого двигатель вращает передние колеса, трогается с места и набирает скорость. В какую сторону по отношению к вектору скорости автомобиля направлены силы трения, действующие на передние (10 баллов) и задние (10 баллов) колеса? Какая сила трения больше (10 баллов)?

**Ответ:** Сила трения, действующая на передние колеса, направлена вперед. Сила трения, действующая на задние колеса, направлена назад. Больше является сила, действующая на передние колеса.

3. (40 баллов) К плавающей в воде льдинке с помощью вмороженной в нее нити прикреплен снизу тяжелый шарик (см. рис.). Льдинка погружена в воду на 0,95 своего объема. После того, как льдинку перевернули и положили шарик на нее сверху, льдинка полностью погрузилась в воду, а шарик остался над поверхностью воды. Найти плотность материала, из которого сделан шарик. Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $900 \text{ кг/м}^3$ .



**Ответ:** Плотность материала равна  $2000 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение:** В первом случае условие плавания и закон Архимеда приводят к уравнению

$$\rho_{\text{л}}V + m = \rho_{\text{в}}(0,95V + m/\rho_{\text{ш}}),$$

где  $V$  – объем льдинки,  $m$  – масса шарика,  $\rho_{\text{л}}$ ,  $\rho_{\text{в}}$  и  $\rho_{\text{ш}}$  – плотности соответственно льда, воды и материала шарика.

Во втором случае условие плавания и закон Архимеда дают уравнение

$$\rho_{\text{л}}V + m = \rho_{\text{в}}V.$$

Выразим из последнего уравнения  $m$  и подставим в первое уравнение. После сокращения на  $V$  находим

$$\rho_{\text{ш}} = 20(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) = 2000 \text{ кг/м}^3.$$

## 8 класс

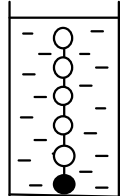
1. (30 баллов) Средняя скорость автомобиля на второй половине пути в 1,5 раза больше средней скорости на первой половине. Во сколько раз средняя скорость автомобиля на всем пути превышает среднюю скорость на первой половине пути.

**Ответ:** В 1,2 раза.

**Решение:** Обозначив полный путь через  $S$  и среднюю скорость на первой половине пути через  $V_1$ , найдем среднюю скорость на всем пути:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{S/(2V_1) + S/(3V_1)} = 1,2V_1.$$

2. (40 баллов) Гирлянда состоит из связанных нитями  $N$  шаров одинакового размера. Массы всех шаров, кроме более тяжелого крайнего, одинаковы. Когда гирлянду поместили в сосуд с водой, она приняла вертикальное положение с лежащим на дне тяжелым шаром и полностью погруженными всеми шарами (см. рис.). Силы, действующие на тяжелый шар со стороны нити и дна, равны. Вода выталкивает каждый из шаров с силой, вдвое большей веса легкого шара. Найти отношение масс тяжелого и легкого шаров.



**Ответ:** Отношение масс тяжелого и легкого шаров равно  $2N$ .

**Решение:** Обозначим через  $m$  и  $M$  массы легкого и тяжелого шаров соответственно. Запишем условие равновесия для нижнего шара в виде

$$Mg = 2mg + 2F,$$

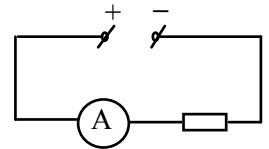
где через  $F$  обозначена сила со стороны нити (дна) и учтено, что действующая на шар выталкивающая сила равна  $2mg$ . Для остальной части гирлянды (состоящей из легких шаров) условие равновесия имеет вид

$$(N - 1)mg + F = 2(N - 1)mg.$$

Выражая из последнего равенства  $F$  и подставляя полученное выражение в первое равенство, находим

$$M/m = 2N.$$

3. (40 баллов) Подключенный к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором амперметр (см. рис.) показывает ток 5 А. После того, как в цепь последовательно включили еще один резистор, ток стал равным 3 А. Какой ток покажет амперметр, если дополнительный резистор заменить на другой с сопротивлением в шесть раз большим?



**Ответ:** 1 А.

**Решение:** Обозначив напряжение источника через  $U$ , сопротивления амперметра и резистора через  $R_A$  и  $R_1$ , выразим из закона Ома ток  $I_1 = 5$  А как

$$I_1 = \frac{U}{R_A + R_1}.$$

После включения дополнительного резистора с сопротивлением  $R_2$  ток  $I_2$ , равный 3 А, также выразим из закона Ома

$$I_2 = \frac{U}{R_A + R_1 + R_2}.$$

Искомый ток  $I_3$  запишем аналогичным образом в виде

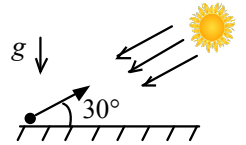
$$I_3 = \frac{U}{R_A + R_1 + 6R_2}.$$

Из первого соотношения следует, что  $R_A + R_1 = U/I_1$ . Из второго соотношения следует, что  $R_A + R_1 + R_2 = U/I_2$ , т.е.  $R_2 = U/I_2 - U/I_1$ . Подставляя найденные выражения в формулу для  $I_3$ , получаем

$$I_3 = \frac{U}{U/I_1 + 6(U/I_2 - U/I_1)} = \frac{1}{1/5 + 6(1/3 - 1/5)} = 1 \text{ А}.$$

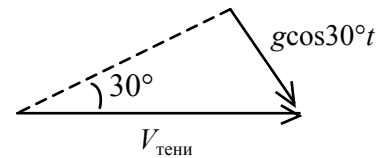
## 9 класс

1. (40 баллов) Камень брошен со скоростью  $V_0$  под углом  $30^\circ$  к горизонту навстречу солнечным лучам (см. рис.). Найти ускорение, с которым тень от камня движется по земле (20 баллов). Через какое время скорость тени окажется равной скорости камня (20 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.

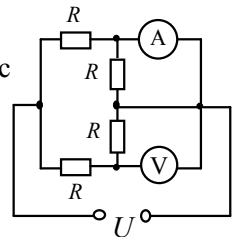


**Ответ:** Тень движется с ускорением  $g \operatorname{ctg} 30^\circ = g\sqrt{3}$ . Скорость тени окажется равной скорости камня через время  $V_0 \sin 30^\circ / g = V_0 / (2g)$ .

**Решение:** На движении тени не сказывается движение камня вдоль солнечных лучей. В направлении, перпендикулярном солнечным лучам, начальная скорость камня равна нулю, его ускорение постоянно и равно проекции ускорения свободного падения, т.е.  $g \cos 30^\circ$ , а скорость равна  $g \cos 30^\circ t$ . Как видно из рисунка, скорость тени вдоль земли равна  $g \cos 30^\circ t / \sin 30^\circ$ . Таким образом, ускорение тени равно  $g \operatorname{ctg} 30^\circ = g\sqrt{3}$ . Скорость тени равна скорости камня в момент, когда камень движется параллельно земле, т.е. в высшей точке его траектории.



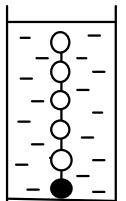
2. (30 баллов) Цепь из четырех одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$ , амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением и вольтметра с очень большим сопротивлением подключена к источнику с напряжением  $U$  (см. рис.). Найти показания амперметра (15 баллов) и вольтметра (15 баллов).



**Ответ:** Амперметр покажет ток  $U/R$ . Вольтметр покажет напряжение  $U/2$ .

**Решение:** Амперметр включен параллельно одному из сопротивлений (шунтирует его), поэтому ток через это сопротивление не идет, и его можно исключить из цепи. После этого показания приборов легко находятся.

3. (30 баллов) Гирлянда состоит из связанных нитями  $N$  шаров одинакового размера. Массы всех шаров, кроме более тяжелого крайнего, одинаковы. Когда гирлянду поместили в сосуд с водой, она приняла вертикальное положение с лежащим на дне тяжелым шаром и полностью погруженными всеми шарами (см. рис.). Силы, действующие на тяжелый шар со стороны нити и дна, равны. Вода выталкивает каждый из шаров с силой, вдвое большей веса легкого шара. Найти отношение масс тяжелого и легкого шаров.



**Ответ:** Отношение масс тяжелого и легкого шаров равно  $2N$ .

**Решение:** Обозначим через  $m$  и  $M$  массы легкого и тяжелого шаров соответственно. Запишем условие равновесия для нижнего шара в виде

$$Mg = 2mg + 2F,$$

где через  $F$  обозначена сила со стороны нити (дна) и учтено, что действующая на шар выталкивающая сила равна  $2mg$ . Для остальной части гирлянды (состоящей из легких шаров) условие равновесия имеет вид

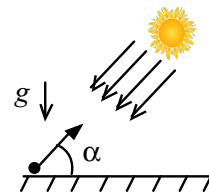
$$(N - 1)mg + F = 2(N - 1)mg.$$

Выражая из последнего равенства  $F$  и подставляя полученное выражение в первое равенство, находим

$$M/m = 2N.$$

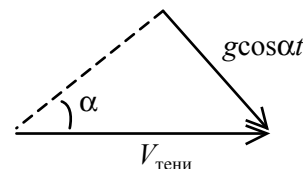
## 10 класс

1. (30 баллов) Камень брошен со скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту навстречу солнечным лучам (см. рис.). Через какое время скорость, с которой тень от камня движется по земле, окажется равной скорости камня (15 баллов)? Найти максимальную скорость тени (15 баллов). Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.

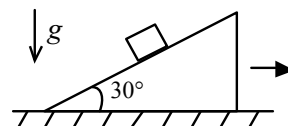


**Ответ:** Скорость тени окажется равной скорости камня через время  $V_0 \sin \alpha / g$ . Максимальная скорость тени равна  $2V_0 \cos \alpha$ .

**Решение:** На движении тени не сказывается движение камня вдоль солнечных лучей. В направлении, перпендикулярном солнечным лучам, начальная скорость камня равна нулю, его ускорение постоянно и равно проекции ускорения свободного падения, т.е.  $g \cos \alpha$ , а скорость равна  $g \cos \alpha t$ . Как видно из рисунка, скорость тени вдоль земли равна  $g \cos \alpha t / \sin \alpha$  и достигает максимума при максимальном  $t$ , т.е. в момент падения камня на землю ( $t = 2V_0 \sin \alpha / g$ ). Скорость тени равна скорости камня в момент, когда камень движется параллельно земле, т.е. в высшей точке его траектории ( $t = V_0 \sin \alpha / g$ ).



2. (25 баллов) На горизонтальном столе находится клин с углом  $30^\circ$  при основании, на наклонной грани которого лежит груз массы  $m$ . Коэффициент трения между грузом и клином равен  $0,8$ . После того, как клин привели в ускоренное движение вдоль стола (см. рис.), груз стал двигаться в направлении, перпендикулярном наклонной грани клина. С какой силой клин давит на груз (10 баллов)? Чему равно ускорение клина (15 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Клина давит на груз с силой  $(5/8)mg$ . Ускорение клина равно  $(\sqrt{3} - 5/4)g$ .

**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, параллельную наклонной грани клина, находим, что сила трения  $F_{тр}$  равна  $mg \sin 30^\circ$ . При скольжении  $F_{тр} = \mu N$ , где  $\mu$  - коэффициент трения, а  $N$  - сила нормальной реакции (в данной задаче - сила давления клина на груз). Отсюда находим, что  $N = mg \sin 30^\circ / \mu = (5/8)mg$ . Записывая второй закон Ньютона в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина, находим ускорение груза  $a = g \cos 30^\circ - g \sin 30^\circ / \mu$ . Проекция ускорения клина на эту ось равна ускорению груза (груз не отрывается от наклонной грани клина). Следовательно, ускорение клина равно  $a / \sin 30^\circ = 2a = (\sqrt{3} - 5/4)g$ .

3. (30 баллов) В сосуде под поршнем находятся один моль идеального одноатомного газа и тело с теплоемкостью  $3R/2$ , где  $R = 8,31$  Дж/(К·моль) - универсальная газовая постоянная. Газ занимает объем  $V$ , его давление равно  $p$ . Поддерживая давление постоянным, объем газа медленно увеличивают вдвое. Затем газ изобарно возвращают к прежнему объему, сжимая его настолько быстро, что не успевают произойти теплообмен между газом и находящимся в сосуде телом. После возвращения к исходному объему теплообмен с окружающей средой прекращается. Какая температура установится в сосуде? Теплоемкостью стенок сосуда и поршня пренебречь.

**Ответ:** В сосуде установится температура  $3pV/(2R)$ .

**Решение:** Из уравнения Клапейрона-Менделеева следует, что после изобарного расширения газа его температура станет равной  $2pV/R$ . В силу медленности процесса расширения такой же будет и температура находящегося в сосуде тела. После сжатия газа его температура станет равной  $pV/R$ , а температура тела останется прежней  $2pV/R$ , поскольку не успеет произойти теплообмен между газом и телом. В результате последующего теплообмена между газом и телом в сосуде установится температура  $3pV/(2R)$ .

4. (15 баллов) В модели идеального газа пренебрегают суммарным объемом молекул по сравнению с объемом сосуда, т.е. молекулы рассматривают как материальные точки. Так, например, в уравнение Клапейрона-Менделеева в качестве доступного для движения молекул объема входит весь объем сосуда. Однако, пренебрегая размером молекул, нельзя объяснить наличие соударений между ними. Между тем, именно соударения играют определяющую роль в процессах установления равновесия в газах. Считая молекулы воздуха шариками с диаметром  $3,5 \cdot 10^{-8}$  см, оценить время между двумя последовательными

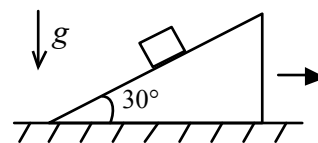
соударениями молекулы воздуха при нормальных условиях. Нормальное давление считать равным  $10^5$  Па, температуру равной 273 К. Постоянная Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

**Ответ:** Время между двумя последовательными соударениями составит  $\sim 2 \cdot 10^{-10}$  с.

**Решение:** Длину свободного пробега молекулы  $\lambda$  (среднее расстояние между двумя последовательными соударениями) можно оценить по формуле  $\lambda = 1/(\pi d^2 n)$ , где  $d$  – диаметр молекулы, а  $n$  – концентрация молекул (число молекул в единице объема). Концентрацию  $n$  можно найти из формулы  $p = nkT$ , где  $p$  – давление, а  $T$  – абсолютная температура. При нормальных условиях получаем  $n \approx 2,7 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>. Подставляя в формулу для  $\lambda$  диаметр  $d$  и концентрацию  $n$ , находим  $\lambda \approx 10^{-7}$  м. Взяв тепловую скорость молекулы воздуха равной примерно 500 м/с, находим, что время между последовательными соударениями молекулы составляет около  $2 \cdot 10^{-10}$  с.

## 11 класс

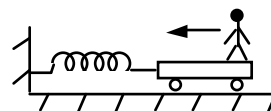
1. (25 баллов) На горизонтальном столе находится клин с углом  $30^\circ$  при основании, на наклонной грани которого лежит груз массы  $m$ . Коэффициент трения между грузом и клином равен 0,8. После того, как клин привели в ускоренное движение вдоль стола (см. рис.), груз стал двигаться в направлении, перпендикулярном наклонной грани клина. С какой силой клин давит на груз (10 баллов)? Чему равно ускорение клина (15 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Клино давит на груз с силой  $(5/8)mg$ . Ускорение клина равно  $(\sqrt{3} - 5/4)g$ .

**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, параллельную наклонной грани клина, находим, что сила трения  $F_{тр}$  равна  $mg \sin 30^\circ$ . При скольжении  $F_{тр} = \mu N$ , где  $\mu$  – коэффициент трения, а  $N$  – сила нормальной реакции (в данной задаче – сила давления клина на груз). Отсюда находим, что  $N = mg \sin 30^\circ / \mu = (5/8)mg$ . Записывая второй закон Ньютона в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина, находим ускорение груза  $a = g \cos 30^\circ - g \sin 30^\circ / \mu$ . Проекция ускорения клина на эту ось равна ускорению груза (груз не отрывается от наклонной грани клина). Следовательно, ускорение клина равно  $a / \sin 30^\circ = 2a = (\sqrt{3} - 5/4)g$ .

2. (40 баллов) Человек массы  $m$  стоит на краю тележки, скрепленной со стенкой пружиной жесткости  $k$  (см. рис.). Масса тележки равна массе человека. В некоторый момент человек начинает идти по тележке к стенке с постоянной скоростью  $V$  относительно тележки. При какой длине тележки скорость человека относительно земли достигнет максимального значения (20 баллов)? Чему равна эта максимальная скорость (20 баллов)? Трением между тележкой и столом пренебречь.



**Ответ:** Длина тележки должна быть больше  $\pi V \sqrt{2m/k}$ . Максимальная скорость человека относительно земли равна  $3V/2$ .

**Решение:** Из закона сохранения импульса следует, что сразу после начала движения скорости человека и тележки относительно земли будут равны  $V/2$  и направлены в противоположные стороны: человек движется к стенке, тележка – от стенки. Выбрав направление горизонтальной оси  $x$  от стенки, а ее начало совпадающим с начальным положением левого конца тележки, запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось для тележки

$$ma_x = -kx + F_x$$

и для человека

$$ma_x = -F_x.$$

Здесь  $F_x$  – проекция на ось  $x$  силы, с которой человек действует на тележку,  $a_x$  – проекция ускорения тележки (и человека) на эту ось. Складывая два уравнения, получаем уравнение гармонического осциллятора

$$x'' + (k/2m)x = 0.$$

Решение данного уравнения при начальных условиях  $x(0) = 0$  и  $x'(0) = V/2$  имеет вид

$$x = \frac{V}{2} \sqrt{\frac{2m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{2m}} t.$$

Скорость тележки  $x'$  находится как производная от координаты по времени, т.е. равна

$$x' = \frac{V}{2} \cos \sqrt{\frac{k}{2m}} t.$$

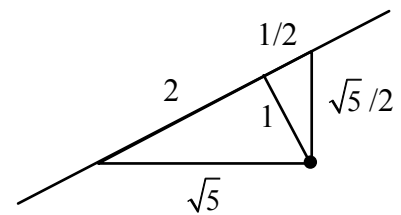
Проекция скорости человека относительно земли на выбранную ось равна  $x'(t) - V$ . Величина этой скорости имеет максимальное значение  $3V/2$ , которое достигается через полпериода после начала движения, т.е. через время  $\pi\sqrt{2m/k}$ . За это время человек пройдет по тележке расстояние  $V\pi\sqrt{2m/k}$ . Следовательно, длина тележки должна быть не меньше этого значения.

3. (20 баллов) Точечный заряд, расположенный на расстоянии 1 м от прямой, создает в ближайшей к нему точке прямой электрическое поле 10 В/м. Найти максимальное расстояние между точками на прямой, в которых заряд создает поля 8 В/м и 2 В/м (10 баллов), и угол между векторами напряженности электрического поля в этих точках (10 баллов)?

**Ответ:** Максимальное расстояние равно 2,5 м. Угол равен  $90^\circ$ .

**Решение:** Из закона Кулона находим расстояния от заряда до заданных точек на прямой (см. рисунок, где расстояния показаны в метрах). Расстояние между точками равно 2,5 м. Нетрудно убедиться, что

$(2,5)^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5}/2)^2$ , т.е. расстояния удовлетворяют теореме Пифагора. Значит, угол между векторами напряженности равен  $90^\circ$ .



4. (15 баллов) Полярные молекулы, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают, моделируют электрическим диполем. Известно, что напряженность электрического поля, создаваемого диполем, спадает с расстоянием  $r$  как  $1/r^3$ . При попадании в поле такого диполя молекулы, у которой центры положительных и отрицательных зарядов совпадают (неполярная молекула), происходит ее поляризация – молекула сама становится диполем, причем смещение центров положительных и отрицательных зарядов в молекуле пропорционально действующему на нее полю полярной молекулы. Как зависит от расстояния сила взаимодействия полярной и неполярной молекул?

**Ответ:** Сила спадает с расстоянием как  $1/r^7$ .

**Решение:** Сила  $F$ , действующая на индуцированный диполь со стороны полярной молекулы, равна разности сил притяжения и отталкивания, действующих со стороны полярной молекулы на положительный ( $q$ ) и отрицательный ( $-q$ ) заряды индуцированного диполя, т.е.  $F = qE_+ - qE_- = q(E_+ - E_-)$ , где  $E_+$  и  $E_-$  - значения напряженности поля полярной молекулы в точках, где расположены центры соответственно положительного и отрицательного зарядов. Разность  $E_+ - E_-$  в силу малости расстояния  $l$  между центрами зарядов можно представить в виде

$$E_+ - E_- = \frac{dE}{dr} l.$$

Поскольку  $E \sim 1/r^3$ ,  $l$  также  $\sim 1/r^3$ ,  $\frac{dE}{dr} \sim 1/r^4$ , то  $F \sim 1/r^7$ .